1. تابع Φ:{φ1=x , φ2=y} in R={x,y} مفروض است. همه توابع آستانه خطی L(Φ) و متناظر بولین آنها را برای وقتی که Φ بر اساس دو متغیر φ1 و φ2 در فضای R در نظر گرفته می شود را بنویسید.(راهنمایی 16 تابع بولین برای 2 متغیر وجود دارد.)

آیا L(Φ) شامل همه توابع بولین x و y می شود؟اگر نه چه توابعی را شامل نمی شود.

2. یک شبکه مربعی به صورت زیر تعریف شده، در این شبکه T(n,m) نشان دهنده تعداد کوتاهترین مسیر ها از (0,0) به(n,m) است.

 :شرایط مرزی 

الف) ثابت کنید T(n,m) پاسخی به معادله تفاضلی دوبعدی T(n-1,m)+ T(n,m-1)=(1) T(n,m)بوده و نشان دهید:



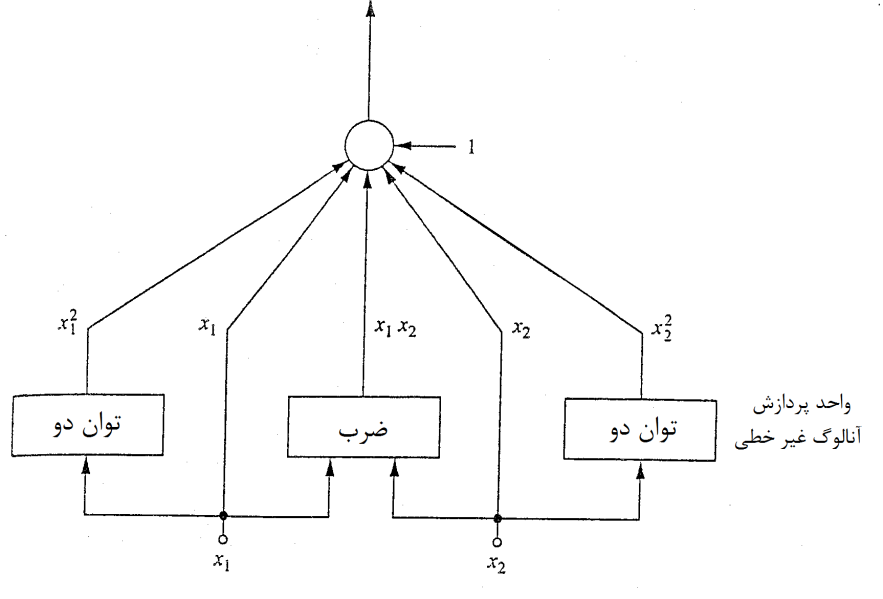
ب)با هرروشی که می توانید ثابت کنید معادله تفاضلی دوبعدی L(n-1,m-1)+ L(n-1,m)= L(n,m) معادله زیر را ایجاد کرده است.

 :شرایط مرزی

L(n,m)=

2n  n≤m+1

3. با توجه به پرسپترون با واحد پیش پردازش آنالوگ غیر خطی نشان داده شده در نمودار زیر، چه نوع سطوح تصمیم گیری می تواند تحقق یابد؟ ظرفیت دستگاه چیست؟



4. یک پرسپترون تک لایه با واحد پیش پردازش آنالوگ غیر خطی برای صفحه تصمیم دایره ای بسازید. ظرفیت دستگاه چیست؟

5. قبل از انجام الگوریتم یادگیری پرسپترون، بردار الگوی به شکل با اضافه کردن یک عدد 1 به آن گسترش می یابد و به صورت بردار تکمیل شده در می آید. چرا این کار انجام می شود؟ آیا ثابت های دیگری مثل0، 5 و10- می تواند به جای 1 مورد استفاده قرار گیرد؟ در مواردی که یک ثابت غیرصفر و متفاوت از 1 مورد استفاده قرار می گیرد، پس از همگرایی، مقدار آستانه معادل اینTLU ، بدون اتصال مجموعه ورودی با این مقدار ثابت، چه خواهد بود؟ برای الگوهای مختلف می توان ثابت های متفاوتی مورد استفاده قرار داد؟



6. الگوریتم یادگیری پرسپترون را برای دسته بندی الگوهای باینری تک قطبی زیر که 3 بعد دارند، اعمال کنید. الگوهای تکمیل نشده عبارتند از:

Class A:{x} = {(0,0,0) , (1,1,1)}

Class B:{x} = {(0,0,1) , (0,1,1)}

شکل پرسپترون حاصل، را با اتصالاتش ، وزنهای داده شده، آستانه، و تابع انتقال مشخص شده آن رسم کنید.

7. قانون تصحیح مطلق را روی الگوهای دودویی تک قطبی تکمیل نشده زیر اعمال کنید. می دانیم پس از تکمیل الگو و تنظیم، یک مجموعه سه تایی حاصل می شود.

C+ : {(0,0) , (0,1)}

C\_: {(1,0) , (1,1)}

8. قانون افزایش ثابت را با C = 1 روی الگوهای باینری تک قطبی 3بعدی زیر (قبل از تکمیل شدن) اعمال کنید.

C+ {(0,0,0) , (1,0,0) , (1,0,1) , (1,1,0) }

C\_: {(0,0,1) , (0,1,1) , (0,1,0) , (1,1,1) }

w0 = (-1 -2 -2 0)T را به عنوان بردار وزن اولیه در نظر بگیرید..

9. نشان دهیدکه راه حل شبه معکوسw\*=S+d متوسط ​​مربع خطا را در مواردی که تمام ورودی ها اعداد حقیقی هستند، به حداقل می رساند.



10. (الف) از معادله عمومی به روز رسانی کاهش گرادیان استفاده کنید



با تابع خطای 

که در آن T>0، و از آن یک الگوریتم تصحیح خطای پرسپترون استخراج کنید.

(ب) c=T=1 بگیرید. الگوریتم به دست آمده در (الف) را برای الگوهای مسئله 4.7 اعمال کنید.

(ج) در مورد اثر افزایش T روی همگرایی الگوریتم، برای الگوهای تفکیک پذیر خطی بحث کنید.



11. یک بردار الگوی تکمیل شده و یک بردار وزن را در

نظر بگیرید. فرض کنید بردار تکمیل شده الگوی متعلق به کلاس c-در 1- ضرب شده اند. تمام الگوهای بعد از این تغییر را در مجموعه *result* فراخوانی کنید و یا مجموعه الگوهای تکمیل شده را تنظیم کنید.

(الف) نشان دهید که اگر الگوها جداپذیر خطی باشند، یک راه حل ŵ برای هر بردار الگوی y در مجموعه *result* وجود دارد که در آن Ty>Tŵ. (Tیک عدد حقیقی نامنفی است.) تفسیر هندسی فضای وزن چیست؟

(ب) فاصله نرمال ازیک بردار الگوی گسترش یافته y(k) به ابرصفحه تصمیم گیری تعریف شده با wTy(k)=0 برابر مقدار زیر است:

که در آن N تعداد الگوهاست. ویک ابرصفحه تصمیم گیری بهینه می دهد به این معنا که حداقل فاصله از تمام الگوهای آموزشی به اندازه بزرگترین مقدار ممکن افزایش می یابد. کمترین فاصله تمامی الگوهای آموزشی را از ابرصفحه تصمیم به دست آمده پس از همگرایی قانون افزایش ثابت تغییر یافته زیر، پیدا کنید.



*w(k)+ y(k) if wT y(k)≤T*

*w(k+1)=*

*w(k) if wT y(k)>T*

12. دو کلاس الگوی زیر را قبل از تکمیل شدن، در نظر بگیرید، شگفت آور است که بدانید ممکن است همگرایی هر یک از قوانین تصحیح خطای پرسپترون به یک راه حل، به هزاران تکرار نیاز داشته باشد. الگوها را به روش استاندارد تکمیل کنید.

C+ {(57.595722 , -99.759033) }

C\_: {(41.887859 , -72.551994)}

(الف) یک پیاده سازی کامپیوتری برای هر یک از قوانین تصحیح خطا بنویسید تا تایید این امر را نشان دهد.

(ب) توضیح دهید که چرا این امر برای حل یک چنین مسئله ساده ای، بسیار طول می کشد. یک روش عمومی برای سرعت بخشیدن به همگرایی الگوریتم پرسپترون پیشنهاد دهید که تکرارهای مورد نیاز برای همگرایی را به زیر 50 مورد کاهش می دهد.

(ج) قسمت (الف) و(ب) را با الگوریتم Widrow-Hoff LMS تکرار کنید.

(د) روش به دست آمده خود در (ب) را به الگوهای ابعاد بالاتر تعمیم دهید.

13. در بسیاری از برنامه های کاربردی، برخی از اجزای بردارهای آموزشی مشخص نشده است، و این امر یا به دلیل عدم دسترسی آنها و یا به خاطر نویز بیش از حد در اندازه گیریشان است. این اجزاء را *جزء نامشخص* گویند. در الگوهای مختلف، جزء نامشخص ممکن است متفاوت باشد. الگوریتم پرسپترون را به الگوهای با اجزای نامشخص تعمیم دهید.

14. معادله 4.43 متن را اثبات کنید . 

17. دو بردار زیر را در نظر بگیرید:



یک جایگشت Pاز 1, 2, …, m مربوط به هر یک از موارد زیر پیدا کنید. هر جایگشت را با نوشتن یک بیان بهینه سازی شده مطلوب، شناسایی کنید.

(a) *S1=∑ viwp(i)*

یک مقدار min دارد.

(b) *S1=∑ vi2 w2p(i)*

یک مقدار max دارد.

18. فرض کنید 8 داده ورودی باینریx=(x7 x6 … x0) داریم که x7x6 … x0 می تواند یک عدد باینری x در نظر گرفته شود. B(x) را یک نمایش دهدهی از اعداد دودویی در نظر بگیرید. مثلا عدد دهدهی 35 (مبنای 10) همان عدد دودویی 00100011 (مبنای 2) است. یک پرسپترون ساده برای محاسبه این تابع گزاره طراحی کنید.

*1 B(x)≥0*

*Ψ1 =*

*0 otherwise*

مقدار support گزاره *Ψ1* چیست؟

Ψ را یک تابع حد آستانه خطی با توجه به خانواده گزاره های Φ که توسط شبکه (x7, x6 ,… x0 R=( تعریف شده، بگیرید. دراینصورت Ψ به شکل زیر درمی آید. . 

که x یک عدد حقیقی زیرمجموعه R,θ است. و حد آستانه Φi یک گزاره از خانواده Φ بوده و داریم:

*1 if y≥0*

*PB[y] =*

*0 if y<0*

مقدار support گزاره های تقریبی Φi چیست؟ پیچیدگی پرسپترونی که طراحی کرده اید چیست؟

19. مسئله 18 را با *Ψ2* زیر به عنوان تابع گزاره تکرار کنید.

*1 B(x)≥8 and B(x) is odd*

*Ψ2 =*

*0 otherwis*

20. تابع گزلره زیر را در نظر بگیرید:



که در آن a,b.cاعداد ثابت حقیقی هستند. پیچیدگی تابع *Ψx*چیست؟ اگر تابع *Ψx* به شکل زیر بیان شود



αi , ϕi(x) , θ را به فرم a, b, c, xi’Sبنویسید. اگر یک پرسپترون برای *Ψx* پیاده سازی شود، چند اتصال برای آستانه خروجی این واحد منطقی وجود دارد؟ با توجه به این که کاردینالیتی شبکه |R| است.

21. پیچیدگی گزاره که در آن M1<M2 ، M1 و M2 اعداد صحیح مثبت دلخواه هستند چیست؟